

intro 1 - DSGE モデルの紹介 【 評価版 】

本 whitepaper では DSGE モデルの概要、及び dsge コマンドの基本的な用例について紹介します。

1. DSGE モデルとは	
1.1 DSGE モデルの記述	
2. dsge コマンドの使用	
2.1 DSGE の線形化	
2.2 データの準備	
2.3 dsge への入力	
2.4 パラメータの推定と解釈	
3. 推定後機能	
3.1 政策行列と遷移行列	Example 1
	Example 2
3.2 インパルス応答	Example 3
3.3 予測	Example 4
	Example 5
4. 構造型形式と誘導型形式	

1. DSGE モデルとは

DSGE とは dynamic stochastic general equilibrium の略で、日本語では動学的確率的一般均衡モデルと呼ばれます。DSGE モデルはマクロ経済学や金融の分野で用いられる多重時系列 (multiple time series) を対象とするモデルです。これらのモデルは経済理論によって動機付けられる連立方程式によって構成されますが、その中では変数の将来の値に対する期待値が重要な役割を演ずることになります。これらのモデルは理論に由来するものであるため、そのパラメータ値は通常、理論に直結したものとなります。DSGE モデルはマクロ経済学分野での政策分析や予測に利用されます。

DSGE モデルにおいて個人のアクションは非線形の動学的方程式系として表現される決定ルール (decision rules) によって集約されます。これらの決定ルールはしばしば動学的確率的最適化問題 (dynamic stochastic optimization problems) に由来します。DSGE モデルはこれらの決定ルールに加えて集計条件 (aggregation conditions) や資源/予算上の制約、及び外生変数に対する確率的過程から構成されます。

モデルの方程式は動学的最適化問題に対する解を与えるものであるため、将来変数に対する期待値を計算することができます。これらの期待値は内生的なものです。DSGE モデルにおいて将来変数に対する期待値はモデルによって示唆される条件付き平均に対応します。言い換えるなら将来の値に対する個人の期待値は平均的に正しいと言えます。このような期待値は model-consistent な期待値、あるいは合理的期待値 (rational expectations) と呼ばれます。

DSGE モデルを構成する変数には制御変数 (control variables)、状態変数 (state variables)、ショック (shocks) の 3 種類があります。これらの用語は状態空間 (state-space) 及び最適制御の文献に由来するものです。DSGE モデルの場合、外生 (exogeneity) と内生 (endogeneity) の概念は時間周期との相対において解釈されることとなります。状態変数はある時間周期中では固定的、すなわち外生的なものと言えます。その上で 1 周期先の状態変数の値は連立方程式によって決定されます。これに対し制御変数の場合、連立方程式によって決定されるのは現行周期の値となります。状態変数は時間と共に変化して行くわけですが、それらは制御変数に依存したものとなり得ます。状態変数は相関を有することもあります。DSGE モデル中における制御変数は観測可能なものもあれば観測不能なものもあります。一方、状態変数は常に観測不能なものです。

DSGE モデルは複数の形式で表現することができます。経済学の理論に基づくモデルの場合、それを構成する方程式は変数とパラメータの双方について非線形である可能性があります。これに対しモデル方程式が変数に関して線形であるとき、DSGE モデルは線形である、あるいは線形化されていると言います。DSGE モデルは通常、分析に先立ち線形化されます。そして線形化の後、モデル変数は定常状態からの乖離 (deviations) として表現されることとなります。

DSGE モデルは推定に先立ち、求解が必要となります。動学的線形モデルは動学的非線形モデルに比べると — 特に将来の期待値がモデル中に組み込まれているときには — 解を求めることもフィットすることも容易なものとなります。

同時方程式系 (simultaneous equations systems) の分析においては常に言えることですが、モデルを解くということは、その内生変数を外生変数の関数として表現することを意味します。DSGE モデルの場合においては制御変数を状態変数で表現することを意味します。その場合、モデルの解は、制御変数を状態変数に関係付ける連立方程式と状態変数の時間的変化を記述する連立方程式の 2 つから構成されることとなります。このため DSGE モデルに対する解は状態空間モデル (state-space model) の形態を取るものと言えます。DSGE モデルに対する解を求めることは推定にとっても、あるいはその後の分析にとっても肝要なことです。尤度関数やインパルス応答関数は共にモデルの解から構成されることとなります。

dsge は線形化された DSGE モデルの解を求め、そのパラメータ値を推定します。

DSGE モデルについては次の文献を参照ください。

- Ljungqvist and Sargent (2012)
- Woodford (2003)
- Canova (2007)
- DeJong and Dave (2011)

1.1 DSGE モデルの記述

DSGE の記述は 2 段階のステップから構成されます。最初に理論（通常は経済理論）から導かれる構造方程式（非線形である可能性あり）を記述します。それらの理論の多くにおいて、個人は与えられた制約のもとで最良を尽すものと想定されます。この考え方に基づき動学的確率的な最適化問題が定式化されます。これらの問題に対する解は非線形な形の DSGE モデルを構成します。次のステップとしてはこの非線形な構造モデルに対応した線形化モデルを記述することになります。

ここでは Woodford (2003) を参考にして次のような非線形モデルについて考察することにします。このモデルは世帯と企業、及び中央銀行の振舞いを記述した方程式から構成されています。これらの要素間の相互作用がインフレ率、産出量伸び率、そして利率に対するモデルを生み出すことになります。この種のモデルはポピュラーなもので、金融政策の分析によく利用されます。

世帯の最適化は現行の産出量 Y_t を明日の産出量 Y_{t+1} 、明日のインフレ率 Π_{t+1} 、現行の名目金利 R_t の関数の期待値と関係付ける方程式

$$\frac{1}{Y_t} = \beta E_t \left[\frac{1}{Y_{t+1}} \frac{R_t}{\Pi_{t+1}} \right] \quad (1a)$$

をもたらします。ただし β は消費を遅らせようとする世帯の性向を表すパラメータです。

企業による最適化は、インフレ率のその定常値からの変動 $\Pi_t - \Pi$ をその将来の変動の期待値である $E_t(\Pi_{t+1} - \Pi)$ と現行産出量の比率に結び付ける方程式

$$\phi(\Pi_t - \Pi) + \theta - 1 = \theta \left(\frac{Y_t}{Z_t} \right)^{\eta-1} + \beta \phi E_t(\Pi_{t+1} - \Pi) \quad (2a)$$

をもたらします。ただし Z_t は産出量の自然な水準 (natural level) を表し、 ϕ, η, θ は企業の価格決定に関連するパラメータです。なお、企業に影響を及ぼすのはインフレ率自体ではなく、その定常状態値からの乖離である点に注意してください。

最後に中央銀行の政策を記述する方程式があります。中央銀行はインフレ率に呼応して金利を調整するわけですが、その他の要素の影響もあるかも知れません。そこで方程式を次のように設定します。

$$\frac{R_t}{R} = \left(\frac{\Pi_t}{\Pi} \right)^{1/\beta} e^{u_t} \quad (3a)$$

ただし R は定常状態における金利の値であり、 u_t は金利の動きのうちインフレによって駆動されるものではないものすべてを含む状態変数を意味します。

2. dsge コマンドの使用

dsge コマンドを使用するに当たっては次の点に注意してください。

1. モデルの線形化

モデルは定常状態からの乖離を用いて線形化されていなくてはなりません。dsge には線形性をチェックする機能が実装されており、非線形性が検知された場合にはエラーメッセージが出力されることとなります。なお、方程式をどのように線形化するかについては DeJong and Dave (2011) 等の文献を参照してください。

2. tsset

dsge の使用に先立ちデータは tsset しておく必要があります ([TS] tsset (*mwp-002*) 参照)。それによって時系列演算子の使用が可能になります。

3. 弱定常性

モデルの対象となる時系列は平均が 0 で弱定常 (weakly stationary) である必要があります。平均を 0 にする操作は dsge でも行えますが、弱定常性の保証はユーザの責任となります。

2.1 DSGE の線形化

評価版では割愛しています。

2.2 データの準備

評価版では割愛しています。

2.3 dsge への入力

評価版では割愛しています。

2.4 パラメータの推定と解釈

評価版では割愛しています。

3. 推定後機能

3.1 政策行列と遷移行列

評価版では割愛しています。

3.2 インパルス応答

評価版では割愛しています。

3.3 予測

評価版では割愛しています。

4. 構造型形式と誘導型形式

評価版では割愛しています。

